

TÍTULO: ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

**SANTIAGO ALGABA DURÁN
I.E.S. POLIGONO SUR .SEVILLA**

RESUMEN

Tradicionalmente, las asignaturas de Matemáticas se han impartido de forma bastante teórica y para la asimilación de los conceptos el profesor se valía sólo de numerosos ejemplos bien preparados. Hoy en día, la irrupción en la comunidad educativa de potentes sistemas de computación y el desarrollo de las capacidades de los ordenadores personales nos exigen modificar la metodología usada. El soporte técnico que nos proporcionan los programas informáticos nos permiten desarrollar prácticas en cualquier área matemática para lograr una mejor comprensión de los conceptos tratados.

Somos conscientes de que la adquisición de los conocimientos matemáticos supone normalmente un esfuerzo de aprendizaje que requiere siempre horas de estudio. Los computadores no pueden suplir ese esfuerzo. Además, un extremo a evitar claramente, es el de transmitir la idea de que basta conocer bien el manejo de un sistema de cálculo simbólico-numérico para estar en condiciones de hacer buenas matemáticas. Sin embargo, conocer esas herramientas es algo positivo en sí mismo y favorece el aprendizaje en un doble sentido: la visualización de los conceptos en el computador que ayuda a fijarlos en la mente y la motivación para el estudio (¿qué método usa el programa?, ¿por qué funciona, o no, en este caso?) se ve incrementada. Además, en este tipo de clases la relación entre profesores y alumnos es más estrecha.

La idea es que estas prácticas de ordenador permitan a los alumnos profundizar en el conocimiento de distintos conceptos, consolidando su comprensión teórica y adquiriendo una correcta destreza práctica, incluyendo el aprendizaje de la resolución de problemas mediante un programa informático.

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

Debemos entender el laboratorio de matemáticas en un sentido amplio; no sólo como la sala de ordenadores, sino como un lugar en el que los estudiantes puedan trabajar en sus prácticas en pequeños grupos, o individualmente, y tener acceso al profesorado para resolver sus dudas, plantear cuestiones y solicitar bibliografía.

El primer paso es la elección del paquete informático. Las posibilidades son muchas y variadas. Lo ideal sería que los alumnos, al pasar por las asignaturas de nuestro departamento aprendieran a manejar varios pero esto es algo utópico y somos conscientes que debemos elegir uno. En nuestro caso, hemos optado por el programa {Maple } por diversas razones: por un lado, porque utiliza un lenguaje lo suficientemente sencillo como para iniciarse en él sin dificultades y, a la vez, posee la potencia necesaria para extender su uso hasta cualquier campo avanzado de trabajo.

Para elaborar las prácticas de ordenador debemos analizar, en primer lugar, los conocimientos que en líneas generales poseen los alumnos. La experiencia de otros años nos ha mostrado como para algunos de ellos este curso puede suponer un primer contacto con el ordenador y cómo para otros este curso puede suponer un primer contacto con un programa para resolver problemas de matemáticas. Este hecho debemos tenerlo en cuenta a la hora de marcarnos unos objetivos.

Básicamente nos proponemos: poner a disposición de los alumnos una herramienta potente que les permita realizar cálculos complicados, con la posibilidad de resolver problemas que de otra forma en algunos casos sería imposible, superar las limitaciones visuales asociadas a las asignaturas que impartimos, ilustrar cómo se puede usar Maple para resolver problemas propios del entorno de las asignaturas que estudiamos. Más concretamente, dedicamos estas prácticas a la iniciación, estudio y manejo del programa.

La primera práctica tiene carácter introductorio y las siguientes las dedicamos a analizar con el ordenador distintos problemas vistos en las clases teóricas y a presentar los comandos que posee el programa Maple para su resolución. Cada una de las prácticas que realizamos está dirigida por un documento que constituye el soporte de la misma. Estos documentos se pueden elaborar con el propio programa Maple. En estos documentos se describe el desarrollo de la sesión. Básicamente están divididos en

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

cuatro partes. Comienzan con una pequeña introducción donde se plantea el problema que se quiere resolver y los objetivos de la práctica. A continuación se hace una breve descripción de los comandos de Maple que usaremos. En la tercera parte se muestra el desarrollo y resolución del problema mediante ejemplos. Por último, se propone una colección de ejercicios similares que los alumnos tienen que resolver.

La evaluación de las prácticas la haremos a través de un examen.

Los alumnos tendrán que realizar frente al ordenador ejercicios similares a los presentados en los guiones y la valoración será tenida en cuenta en la nota final de la asignatura.

Con este recurso se consigue que el alumno escriba y haga matemáticas por sí mismo desarrollando las capacidades de aprender por sí mismo, contextualizan los "objetos de estudio", adquieren hábitos susceptibles de utilización múltiple e incorporan nuevas tecnologías para facilitar el aprendizaje

RECURSOS

APUNTES EN PAPEL, EXPOSICIÓN CON CAÑÓN DE LAS PRÁCTICAS DE LABORATORIO POR CAPITULOS. EJEMPLOS RESUELTOS. PROPUESTA DE PROBLEMAS PARA RESOLVER

SECUENCIACIÓN

EN PRIMERO DE ESO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES

EN SEGUNDO DE ESO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

EN TERCERO DE ESO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE V
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

EN CUARTO DE ESO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE V
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE V
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
ECUACIONES E INECUACIONES
GRÁFICAS PLANAS

EN 1º BACHILERATO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE V
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE V
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
ECUACIONES E INECUACIONES
GRÁFICAS PLANAS
FUNCIONES EXPONENCIALES Y TRIGONOMÉTRICAS
DISTRIBUCIONES UNIDIMENSIONALES

EN 1º BACHILERATO DE CIENCIAS SOCIALES

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE V
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE V
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

ECUACIONES E INECUACIONES
GRÁFICAS PLANAS
DISTRIBUCIONES UNIDIMENSIONALES

EN 2 BACHILLERATO

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
ECUACIONES E INECUACIONES
GRÁFICAS PLANAS
FUNCIONES PARA CÁLCULO MATRICIAL
CÁLCULO DE LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES

EN 2 BACHILLERATO DE CIENCIAS SOCIALES

BLOQUES TEMÁTICOS
INTRODUCCIÓN A MAPLE
OPERACIONES MATEMÁTICAS ELEMENTALES
FUNCIONES EN MAPLE V
ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
ECUACIONES E INECUACIONES
GRÁFICAS PLANAS
FUNCIONES PARA CÁLCULO MATRICIAL
CÁLCULO DE LÍMITES, DERIVADAS E INTEGRALES

PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Práctica 1 Esta primera sesión tiene carácter introductorio. En ella analizamos cómo el programa Maple opera con los números y presentamos algunas funciones

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

básicas del programa. Partimos de los operadores aritméticos habituales $\{x+y\}$ (suma), $\{x-y\}$ (diferencia), $\{x*y\}$ (producto), $\{x/y\}$ (división) $\{x^y\}$ (potencia) y, a continuación, realizaremos operaciones combinadas con números, utilizaremos notación decimal y conversión de decimal a fracción y viceversa.

Práctica 2 Presentamos algunas de las funciones que están incorporadas en el programa tales como: $\{abs(x)\}$ que representa el valor absoluto del número real $\{x\}$, $\{sqrt(x)\}$ que expresa la raíz cuadrada del número real y no negativo, $exp(x)$ es la función exponencial, $log(x)$ es la función logaritmo neperiano, $sin(x)$, $cos(x)$, $tan(x)$ son las funciones trigonométricas $\{x\}$ expresado en radianes, $arcsin(x)$, $arccos(x)$, $arctan(x)$ son las funciones trigonométricas inversas, $n!$ expresa el factorial del número natural n $Re(z)$, $Im(z)$, $conjugate(z)$, $abs(z)$ y $argument(z)$ representan la parte real, la parte imaginaria, el conjugado, el módulo y el argumento del número complejo z , etc.

$max\{x,y,z,\dots\}$ $min\{x,y,z,\dots\}$ calcula el valor máximo y mínimo de un conjunto.

$iquo(a,b)$ cociente de dos enteros.

$irem(a,b)$ resto de la división entera.

$ifactor(num)$ donde num es el número que se va a descomponer en factores.

$lcm(a,b)=mcm(a,b)$.

$gcd(a,b)=mcd(a,b)$ a,b pueden ser polinomios.

$degree(p)$ grado del polinomio que se aplica.

$quo(p,q,x)$ cociente de la división entera de dos polinomios.

$rem(p,q,x)$ resto de la división entera de dos polinomios.

$nextprime(x)$ es el menor número primo mayor que x .

$prevprime(x)$ es el mayor número primo menor que x .

$isprime(x)$ permite conocer si un número natural dado es primo.

$ithprime(n)$ devuelve el número primo que ocupa la posición n .

$convert(a*degrees,radians)$

$convert(b,degrees)$

Práctica 3. Resolución de ecuaciones y sistemas

En esta práctica abordamos desarrollar y simplificar expresiones algebraicas. Factorizar polinomios.

Descomposición de una fracción en fracciones simples..

Búsqueda de soluciones de ecuaciones lineales. Resolución

de ecuaciones diofánticas. Resolución de inecuaciones

lineales. Resolución de sistemas. Entre estos comandos que

nos ayudarán al estudio de la práctica 2 están:

$simplify(expresión)$ nos simplifica la expresión.

$expand(f)$ donde f es la expresión que se desea desarrollar.

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

`factor(p)` descompone en factores un polinomio.
`factor(f)` donde f es una fracción algebraica descompone en factores una fracción algebraica.

Entenderemos por ecuación una expresión del tipo:
`expresión1=expresión2`, y observaremos cómo el programa incorpora dos posibilidades de resolver:

ecuaciones de forma simbólica y mediante soluciones aproximadas. Para ello se utilizarán las órdenes `solve(ecuación)` y `fsolve(ecuación,variable)`, respectivamente.

`solve({f,g,h,...})` f,g,h son las ecuaciones del sistema.
`solve({f,g,h,...},{x,y,z,...})` x,y,z son las incógnitas.
`isolve (ecuación,variables)` calcula las soluciones enteras.

Práctica 4

Definiremos listas, vectores y matrices con el programa; así como la forma de operar con ellos.

Práctica 5

Abordamos conceptos de Análisis matemático. Estudiamos cómo definir funciones, operaciones con funciones (suma, resta, producto, división y composición)

Práctica 6. Límites, derivadas e integrales

Con esta práctica pretendemos que los alumnos conozcan las opciones que nos ofrece el programa en el campo de la continuidad, derivación e integración de funciones de una variable. Presentamos los comandos necesarios para el cálculo de límites de funciones, de derivadas y de integrales y hacemos una gran variedad de ejercicios para que los alumnos adquieran soltura en su manejo. Entre estos comandos que nos ayudarán al estudio de la continuidad de una función destacamos:

`limit(función,x=a)`, `limit(función,x=a,right)`,
`limit(función,x=a,left)`, nos proporcionan los valores de límite, límite por la derecha y límite por la izquierda, respectivamente, de una función en el punto a .

`readlib(discont):discont(función,variable)`, halla los puntos de discontinuidad de la función dada en la variable especificada sobre los números reales.

`readlib(iscont):iscont(función,var=a..b)`, determina cuándo la función o expresión funcional dada es continua en el intervalo $[a,b]$.

En cuanto a la derivación, mencionamos las órdenes:

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

`(D@@n)` (función), da la derivada enésima de la función.

`diff(expresión,var$n)`, da la derivada de orden n de la expresión dada respecto a la variable especificada.

Finalmente, comentamos cómo el programa Maple trabaja con el cálculo integral de forma clara y sencilla. Más concretamente, las opciones que presentamos son:

`int(f(x),x)`, calcula la integral indefinida de $f(x)$.

`int(f(x),x=a..b)`, calcula la integral definida de $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$.

Práctica 7. Gráficas de funciones de una variable
Describimos cómo el programa {Maple} realiza gráficos de curvas planas y cómo las superpone.

En esta sesión analizaremos la potencia gráfica de Maple. Analizamos los comandos que posee Maple para tratar las curvas dadas en explícitas. Más concretamente, la orden `Plot(f,x=a..b)` gráfica de f en $[a,b]$.

`Plot({f,g,h},x=a..b)` representa f g y h simultáneamente en $[a,b]$

Analizaremos la ventana de gráficos detalladamente como son: título, números de puntos y resolución, número de divisiones en los ejes, etc.

Práctica 8 Geometría

Escribimos `with(geometry)`

El comando `Point(P,x,y)` en las que P es el nombre asignado al punto y x,y son las coordenadas.

`line(t,[P,Q])` define la recta t , en la que P y Q son dos puntos definidos mediante la función `point`

`line(s,[a*x+b*y+c])` define la recta s

`nom[equation]` siendo `nom` el nombre de la recta nos calcula la ecuación de la recta

`on_line (P,r)` nos dice si el punto P está en la recta

`parallel (P,r,s)` calcula la recta s paralela a r que pasa por p .

`perpendicular(P,r,t)` t la recta perpendicular a r pasando por P

`are_collinear`: determina si tres puntos dados están alineados.

`are_concurrent`: halla si tres rectas son concurrentes.

`are_parallel`: determina si dos rectas son paralelas.

`are_perpendicular`: averigua si dos rectas son perpendiculares

`midpoint(P,Q,M)` halla el punto medio M del segmento PQ .

ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL ORDENADOR

`symmetric (P,q,s)` calcula el simétrico s de un punto P respecto a Q .

`reflect(A,r,B)` calcula el simétrico de un punto A , con respecto a una recta r .

`projection (A,r,P)` Proyección P de un punto sobre una recta.

`distance (P,Q)` Distancia entre dos puntos P y Q .

`distance (P,r)` Distancia del punto P a la recta r .

`find_angle (r,s)` calcula el ángulo de r y s .

Se definirá también el triángulo y sus elementos (área, longitudes de los lados, alturas, medianas y bisectrices)

Práctica 9. Distribuciones estadística unidimensionales

Para leer la librería, escribimos

`with(stats[describe])`

`mean([x,y,z,..])` describe la media aritmética de un conjunto de valores.

`mode([x,y,z,..])` es la moda del conjunto de datos dado.

`median([x,y,z,..])` es la mediana del conjunto de datos dados.

`range([x,y,z,..])` es el rango de valores

`count([x,y,z,..])` es el número de valores del conjunto

`variance([x,y,z,..])` calcula la varianza de la muestra

`standarddeviation([x,y,z,..])` es la desviación típica.